

الحل العددي لمعادلة شرودنجر العامة

أنيس صالح حمود حربي

إشراف

أ. د. محمد سعيد حموده

المستخلص

تهدف هذه الرسالة لحل معادلة شرودنجر العامة باستخدام طريقة الفروق المنتهية وتتضمن الرسالة خمسة فصول مفصلة على النحو التالي

الفصل الأول: قمنا بتقديم معادلة شرودنجر غير الخطية وحلها حلاً دقيقاً كما أثبتنا أن هذه المعادلة تحافظ على بقاء كلاً من الكتلة وكمية التحرك والطاقة وكذلك كيفية حل نظام كتلي ثلاثي الأقطار وكذلك وضحنا طريقة نيوتن لحل النظم غير الخطية.

الفصل الثاني: قمنا بحل معادلة شرودنجر غير الخطية حلاً عددياً بطريقة كرانك نيكلسون ثم قمنا بحل النظام غير الخطي الناتج بطريقة نيوتن ثم درسناها من حيث الاستقرار والدقة فوجدناها مستقرة استقرار مطلق ولها دقة من الدرجة الثانية في البعدين x, t وكذلك اوردنا الكثير من النتائج العددية التي تتفق إلى حد كبير مع الخصائص النظرية لهذه المعادلة حيث حافظت على الكتلة وكمية التحرك وكذلك الطاقة والسرعة وارتفاع السليتون في حالة السليتون وكذلك عند تصادم سليتونين أو أكثر. ثم قدمنا طريقة أخرى لحل نفس المعادلة باستخدام فكرة دجلاس مع قاعدة نقطة المنتصف غير الصريحة وحصلنا على طريقة لها دقة من الدرجة الرابعة في البعد x والثانية بالنسبة للزمن ومستقرة استقرار مطلق ثم قمنا بحل النظام غير الخطي الناتج بطريقة نيوتن وعند استخدام نفس الأمثلة التي أخذناها في كرانك نيكلسون وجدنا أن هذه الطريقة تعطي نفس النتائج وبدقة أكبر وتحقق كل خصائص هذه المعادلة.

الفصل الثالث: قمنا بتقديم معادلة شرودنجر العامة وأثبتنا أن هذه المعادلة تحافظ على بقاء الكتلة وأكتفينا بالحل العددي في إثبات أن المعادلة تحافظ على كمية التحرك والطاقة ثم قمنا بحل معادلة شرودنجر العامة حلاً عددياً بالطريقة الصريحة ثم درسناها من حيث الدقة والاستقرار فوجدنا أن لها دقة من الدرجة الثانية في البعد x ومن الدرجة الأولى بالنسبة للزمن t وغير مستقرة وكذلك اوردنا بعض النتائج العددية التي تتفق الى حد كبير مع الخصائص النظرية لهذه المعادلة حيث حافظت على الكتلة وكمية التحرك وكذلك الطاقة والسرعة وارتفاع السليتون. ثم قمنا بحل هذه المعادلة بطريقة كرانك نيكلسون وقمنا بحل النظام غير الخطي الناتج بطريقة النقطة الثابتة فدرسناها من حيث الاستقرار والدقة فوجدنا أنها مستقرة استقرار مطلق ولها دقة من الدرجة الثانية في البعدين x, t

وكذلك اوردنا الكثير من النتائج العددية التي تتفق الى حد كبير مع الخصائص النظرية لهذه المعادلة حيث حافظت على الكتلة وكمية التحرك وكذلك الطاقة والسرعة وارتفاع السليتون في حالة السليتون وكذلك عند تصادم سليتونين.

الفصل الرابع: قمنا بحل معادلة شرودنجر العامة غير الخطية بطريقة ضمنية خطية فدرسناها من حيث الاستقرار والدقة فوجدنا أنها مستقرة أستقرار مطلق ولها دقة من الدرجة الثانية في البعدين t, x وكذلك اوردنا الكثير من النتائج العددية التي تتفق الى حد كبير مع الخصائص النظرية لهذه المعادلة حيث حافظت على الكتلة وكمية التحرك وكذلك الطاقة والسرعة وارتفاع السليتون وكذلك قدمنا العديد من التجارب مثل السليتون وتصادم سليتونين.

الفصل الخامس: في هذا الفصل تم التعليق على النتائج والطرق التي قدمت بالفصول السابقة في هذه الرسالة .

Numerical Solution of Generalized Nonlinear Schrödinger Equation

Anees Saleh Hamood Harbi

Supervised By

Prof. Dr. Mohammad Said Hammoudeh

ABSTRACT

The aim of this thesis is to solve numerically the generalized nonlinear Schrödinger equation using finite difference method. The flow chart of the thesis as follows:

Chapter 1: we derive the exact solution of the nonlinear Schrödinger equation, and the conserved quantities. We describe Crout's method for solving the block tridiagonal system. We describe Newton's method for solving nonlinear systems.

Chapter 2: we solve nonlinear Schrödinger equation numerically using Crank-Nicolson method. The accuracy of the resulting scheme is second order in space and time, and it is unconditionally stable. Also we used Newton's method for solving the nonlinear system. We give some numerical examples to show that this method is conserving the mass, momentum and energy conserved quantities. We give some numerical experiments, like, single soliton, collision of two and three solitons. We present another method for solving the nonlinear Schrödinger equation using Douglas idea with implicit midpoint rule, we get a scheme which is fourth order in space and second order in time, and it is unconditionally stable using von-Neumann stability analysis. We use Newton's method for solving the nonlinear system. We give some numerical examples to show that this method is conserving the mass, momentum and energy conserved quantities.

Chapter 3: we study in details the generalized nonlinear Schrödinger equation, we study the conserved quantities, so we solve the generalized nonlinear Schrödinger equation numerically by using explicit method. The accuracy of the resulting scheme is second order in space first order in time and unconditionally unstable. We give one numerical example to show that this method is conserved for the mass, momentum and energy conserved quantities and it works well for short time. We present another method

for solving the generalized nonlinear Schrödinger equation numerically, using Crank-Nicolson method. The accuracy of the resulting scheme is second order in space and time and it is unconditionally stable. To overcome the difficulty of solving the nonlinear system obtained from Crank-Nicolson method, we present a fixed point method to solve this system, the scheme is of second order in time and space, it is unconditionally stable.

Chapter 4: we solve the generalized nonlinear Schrödinger equation numerically using a linearized implicit scheme. To avoid the difficulty of solving the nonlinear scheme obtained in chapter 3. A linearized implicit scheme is obtained and can be solved directly using Crout's method. The scheme is of second order accuracy in both directions time and space, and it is unconditionally stable. We give some numerical examples like chapter 3, to show that this method is conserving the mass, momentum and energy quantities. We give some experiments like, single solution, and collision of two solitons.

Chapter 5: we will give a summary of our numerical results, in this thesis and give some comments.